

Bases de Données Réparties- MI034 – 1^{er} examen réparti du 26 février 2013
EXTRAIT

Exercice 2 : Indexation avec table de hachage	4 pts
--	--------------

On utilise les notations suivantes. PG est la profondeur globale du répertoire (d'une table de hachage).

Les cases du répertoire sont notées C0, C1, ..., C_n (avec $n = 2^{PG} - 1$)

Les paquets sont notés P_i. Chaque case C_i référence un paquet P_j, on écrit C_i → P_j.

PL est la profondeur locale d'un paquet. La fonction x modulo y est notée : $x \bmod y$

Chaque paquet **contient au plus 2 valeurs**. Le contenu d'un paquet est noté entre parenthèses : P_i(..., ...). Autant que possible, un paquet n'est jamais laissé vide.

Question 1. On considère un répertoire de profondeur globale PG=1. Avec 2 paquets P0 et P1 liés à C0 et C1 (i.e., C0 → P0 et C1 → P1). Initialement les deux paquets contiennent:

P0(4,8) **P1**(1,3)

On insère la valeur 12.

- a) On sait que $(4 \bmod 4) = (8 \bmod 4) = (12 \bmod 4)$, et que $(4 \bmod 8) \neq (8 \bmod 8)$. Quelle sera la profondeur globale de la table obtenue après insertion ?
- b) Détailler la table obtenue après insertion. Préciser le contenu des paquets modifiés ou créés, et leur profondeur locale (PL).

Question 2. On a un répertoire de profondeur PG=3. Les paquets contiennent les valeurs : 1, 7, 8, 10, 11, 16, 20.

a) De combien de paquets a-t-on besoin au minimum? Préciser leur contenu, leur PL, les liens entre les cases et les paquets

b) On insère 19. Détailler la table obtenue en précisant *seulement* les paquets, les liens et les profondeurs modifiés.

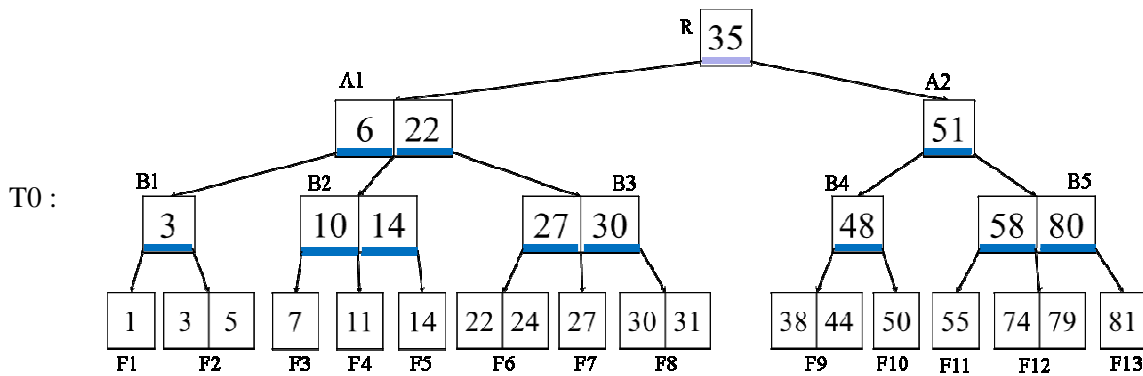
Question 3. On veut indexer 64 valeurs entières comprises dans [0, 64 [. On tient compte de la capacité mémoire limitée d'une machine qui peut contenir au maximum 8 paquets de 2 valeurs. Pour cela, on dispose de 4 machines M0 à M3 gérant chacune la table de hachage T0 à T3 respectivement. Pour chaque T_i, la profondeur est PG=3. Les 8 paquets de chaque T_i sont notés P_{i,0} à P_{i,7}. Tous les paquets ont une profondeur PL=3 et contiennent initialement une seule valeur.

On insère la valeur $v = 49$. On suppose que l'insertion s'effectue dans un paquet qui a une place libre (pas d'éclatement). Décrire les étapes de l'insertion, et préciser dans quelle T_i et quel paquet est insérée la valeur 49.

Exercice 3 : Arbres B+	6 pts
-------------------------------	--------------

Soit T0 un arbre B+ d'ordre 1 (i.e., un nœud a 1 ou 2 valeurs). Les nœuds sont nommés : R pour la racine, A_i (respectivement B_i) pour les nœuds du 1^{er} (resp. 2^{ème}) niveau intermédiaire, F_i pour les feuilles. La profondeur de T0 vaut 4. Les valeurs sont des nombres entiers. En cas d'**éclatement** d'une feuille, on répartit les valeurs de telle sorte que la feuille gauche soit plus remplie que la feuille droite. En cas de **suppression**, on envisage la redistribution à gauche puis à droite, avec les voisins de même père.

Toutes les opérations d'insertion et de suppression se font d'abord au niveau des feuilles F, avec éventuellement des répercussions sur les autres niveaux.



Question 1. On insère successivement des valeurs dans T0 pour que B4 ait 2 valeurs et que les feuilles descendant de B4 aient **toutes** 2 valeurs. Parmi toutes les solutions possibles, veuillez choisir la **seule** solution telle qu'à chaque insertion vous insérez la plus grande valeur entière possible. Quelles sont les valeurs insérées et dans quel ordre ? Détailler le contenu des nœuds modifiés ou créés après chaque insertion.

Question 2. On insère la valeur 25 dans l'arbre initial T0. Détailler chaque étape de cette insertion avec les éventuelles créations et insertions qui en découlent.

Question 3. On insère dans T0 autant de valeurs que possible, de façon à remplir tous les nœuds, tout en conservant une profondeur égale à 4. On obtient T1. Quel est le nombre total de **valeurs** dans les niveaux R, A, B et F de T1 ?

Question 4. On insère dans T0 autant de valeurs que possible, de façon à remplir tous les nœuds. On continue tant que la profondeur de l'arbre ne dépasse pas H. On obtient T2. Quel est, en fonction de H, le nombre total de **valeurs** dans les **feuilles** de T2 ?

Question 5.

a) On supprime successivement dans T0 les valeurs 27 puis 30 : que contient B3 ?

b) On supprime successivement dans T0 les valeurs 27 puis 22 : que contient B3 ?

Question 6. On supprime dans T0 les valeurs 1 puis 3. On obtient T3 après les 2 suppressions successives. Quels sont les nœuds modifiés ? Détailler le contenu des nœuds modifiés ou supprimés après chaque suppression. Préciser lorsqu'un nœud change de père suite à une redistribution.

Question 7. On supprime dans T0 les valeurs successives croissantes (1,3,5,7,11,14,22,24,27,30,...). Pour quelle valeur supprimée observe-t-on, pour la première fois, la **perte d'un niveau** ? Quel sera le contenu de la racine ?